

Лабораторная работа № 3-01

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ СВЕТА

С.М. Курашев

Цель работы

Определить скорость света в воздухе, в воде и в синтетической смоле, а также, используя полученные результаты измерения скорости света, определить показатели преломления этих сред.

Теоретическое введение

В теории электромагнитного поля (уравнения Максвелла) показывается, что скорость распространения электромагнитных волн в вакууме равна

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \quad (1.1)$$

где $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - электрическая постоянная, $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м - магнитная постоянная. В непроводящей диэлектрической среде электромагнитная волна распространяется со скоростью

$$c_L = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{n},$$

ε - относительная диэлектрическая проницаемость среды, а μ - магнитная проницаемость среды. Свет представляет собой электромагнитное излучение высокой частоты $\nu \sim 10^{15}$ Гц, при этом в оптическом диапазоне спектра электромагнитных волн $\mu \approx 1$. Отношение скорости света в вакууме к скорости света c_L в некоторой среде

$$n = \frac{c}{c_L} = \sqrt{\varepsilon \mu} \approx \sqrt{\varepsilon} \quad (1.2)$$

называется абсолютным показателем преломления этой среды. Для любой среды, кроме вакуума, $n > 1$ (мы исключаем экзотические случаи аналогичные плазме, где

показатель может быть меньше единицы). Величина n зависит от частоты света (дисперсия) и состояния среды (плотности, давления и температуры). Для газов при нормальных условиях вследствие их разреженности $n \approx 1$. В анизотропных средах n зависит от поляризации света и от направления распространения.

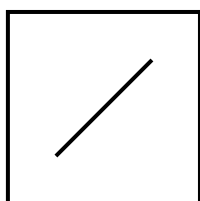
Относительным показателем преломления n_{21} второй среды относительно первой называется отношение скоростей света c_1 и c_2 соответственно, в первой и второй средах:

$$n_{21} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

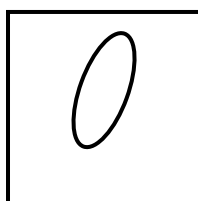
где n_1 и n_2 - абсолютные показатели преломления первой и второй сред.

В данной работе для экспериментального измерения скорости света используется метод сложения на плоскости двух взаимно ортогональных гармонических колебаний одинаковой частоты, т. е. метод фигур Лиссажу. Плоскостью, на которой происходит суперпозиция двух колебаний, является экран осциллоскопа, на клеммы "X" и "Y" при этом подаются сигналы высокой частоты. Один из сигналов несет функцию опорного, второй отстает по фазе, причем в зависимости от величины разности фаз сигналов на экране изображается соответствующая этой разности фигура. В общем случае все возможные виды фигур представляют собой различные формы эллиптической кривой. Для измерительных целей важны два случая (в виду возможности четкой фиксации): 1) сдвиг фазы $\Delta\varphi = 0$ – эллиптическая кривая вырождается в отрезок прямой, имеющий положительный наклон, 2) сдвиг фазы $\Delta\varphi = \pi$ - эллиптическая кривая вырождается в отрезок прямой, имеющий отрицательный наклон (см. рис.1).

$\Delta\varphi = 0$



$\Delta\varphi \neq 0, \pi$



$\Delta\varphi = \pi$

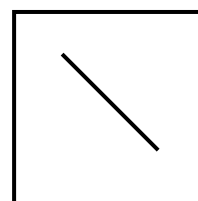


Рис.1.1. Фигуры Лиссажу

Сигнал высокой частоты, генерируемый в основном блоке, делится на две части: одна из частей является опорным сигналом, вторая – предназначена для генерации светового пучка, интенсивность которого промодулирована порождающим электрическим колебанием, т.е. интенсивность светового сигнала меняется с течением времени по гармоническому закону с частотой и фазой опорного электрического колебания.

Промодулированный световой пучок фокусируется и с помощью двойного зеркала распространяется вдоль опорной скамьи и обратно. Вернувшийся пучок преобразуется в электрический сигнал, который отстает по фазе от опорного сигнала на величину

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t = 2\pi \cdot f \cdot \frac{l}{c}, \quad (3)$$

где f - частота опорного сигнала (а, значит, и промодулированного светового сигнала), Δt - время запаздывания, т.е. время распространения светового сигнала, l - путь, пройденный световым сигналом, c – скорость света. Отставший по фазе сигнал наряду с опорным подается на входные клеммы осциллокопа, при этом вид фигуры Лиссажу на экране осциллокопа зависит от сдвига фаз $\Delta\varphi$, следовательно, от пути l светового сигнала. Величину пути l можно изменить таким образом, что эллиптическая кривая выродится в один из двух возможных видов наклонных отрезков, изображенных на рис.1. Измерив пройденный путь и зная сдвиг фазы $\Delta\varphi$, с помощью соотношения (3) вычисляем скорость света c .

Замечание. Преобразование электрического сигнала высокой частоты в световой промодулированный по интенсивности сигнал в данной работе осуществляется с помощью светодиода.

Светодиод или **светоизлучающий диод (СИД)** - полупроводниковый прибор, излучающий не когерентный свет при пропускании через него электрического тока (см. рис.1.2). Излучаемый свет лежит в узком участке спектра, его цветовые характеристики зависят от химического состава использованного в СИД полупроводника. Как и в нормальном полупроводниковом диоде, в светодиоде имеется р-п переход. При пропускании электрического тока в прямом направлении, носители заряда - электроны и дырки рекомбинируют с излучением фотонов. Не всякие полупроводниковые материалы эффективно испускают свет при рекомбинации. Хорошими излучателями являются, как правило, прямозонные полупроводники типа $A^{III}B^V$ (например, GaAs или InP) и $A^{II}B^{VI}$ (например, ZnSe или CdTe). Варьируя состав полупроводников, можно создавать светодиоды для всевозможных длин волн от ультрафиолета (GaN) до среднего инфракрасного диапазона (PbS).

В данном эксперименте используется красный СИД.

Обратное преобразование светового сигнала после отражения от зеркал осуществляется с помощью светодиода, работающего как фотодатчик.

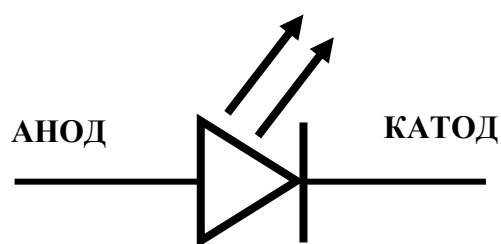


Рис.1.2. Обозначение излучающего светодиода в электрических схемах

1. Измерение скорости света в воздухе.

Начальный сдвиг фазы между опорным сигналом и электрическими колебаниями, полученными после преобразования светового сигнала, равен нулю. Для измерения скорости света в воздухе следует увеличить длину прохождения луча на $\Delta l = 2 \cdot \Delta x$ (рис. 3), например, чтобы получить сдвиг фаз, равный π свету потребуется время запаздывания

$$\Delta t = \frac{1}{2f},$$

где $f = 50,1$ МГц – частота модуляции, при этом световой сигнал пройдет расстояние

$$\Delta l = c_L \cdot \Delta t.$$

Таким образом, скорость света в воздухе равна

$$c_L = \frac{\Delta l}{\Delta t} = 4f \cdot \Delta x. \quad (4)$$

Табличное значение скорости света в воздухе равно

$$c_L = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

2. Измерение скорости света в среде.

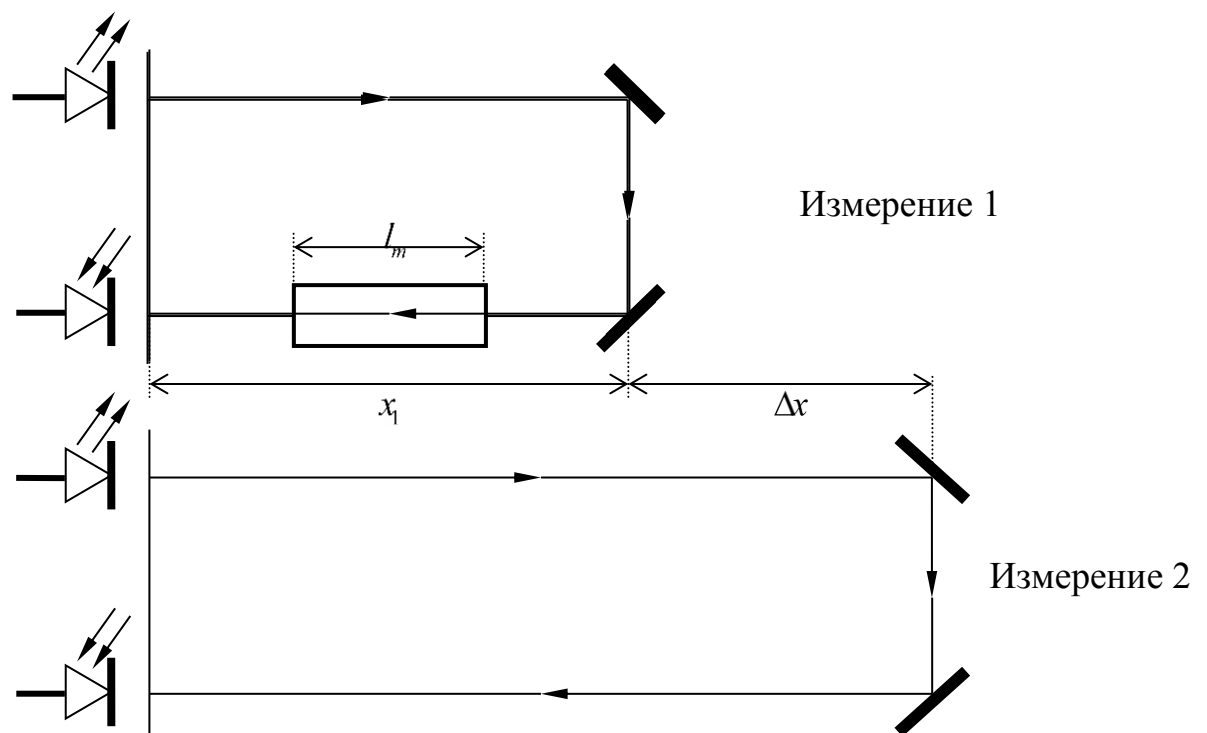


Рис. 3. Измерение скорости света в различных средах.

Скорость света в воде или синтетической смоле c_M , находится при сравнении ее со скоростью света в воздухе c_L (рис. 3).

При первом измерении (со средой) свет проходит расстояние l_1 за время t_1 :

$$l_1 = 2x_1,$$

$$t_1 = \frac{1}{c_L}(l_1 - l_m) + \frac{1}{c_M}l_m.$$

При втором измерении (без среды) свет проходит в воздухе расстояние

$$l_2 = l_1 + 2\Delta x$$

за время

$$t_2 = \frac{1}{c_L}(l_1 + 2\Delta x).$$

Фазы сигналов передатчика и приемника в обоих случаях равны (мы получаем одинаковые фигуры на экране осциллоскопа), поэтому

$$t_2 = t_1 + \frac{k}{f}; k = 0, 1, 2 \dots$$

Здесь целое число k показывает количество лишних периодов $k \cdot T = k \cdot \frac{1}{f}$ гармонических колебаний, которые следует приписать световому сигналу, причем каждому k соответствует определенное значение расстояния l_k , проходимого лучом. Увеличивая k на единицу, мы должны увеличить пройденное лучом расстояние на величину

$$\Delta l = c_L \cdot \frac{1}{f},$$

при этом сдвиг фаз $\Delta\varphi$ увеличивается 2π , что не влияет на вид фигуры Лиссажу на экране осциллоскопа.

Численные оценки показывают, что при частоте модуляции $f = 50,1 \text{ МГц}$ $\Delta l \approx 6 \text{ м}$.

Размеры опорной плиты, вдоль которой распространяется луч, не превышают 2,5 м, поэтому при измерениях необходимо считать $k=0$.

Таким образом, показатель преломления в общем случае равен

$$n = \frac{c_L}{c_M} = \frac{2 \cdot \Delta x_k}{l_m} + 1 - \frac{k \cdot c_L}{f \cdot l_m}. \quad (5)$$

В эксперименте с водой расстояние $l_m = 1 \text{ м}$, поэтому

$$k \cdot \frac{c_L}{f \cdot l_m} \cong 6 \cdot k.$$

В соотношении (5) следует положить $k=0$ и пользоваться при измерении n формулой

$$n = \frac{2 \Delta x}{l_m} + 1. \quad (6)$$

Табличные значения показателя преломления и скорости света для воды:

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 1,333 \pm 0,003,$$

$$c_{\text{H}_2\text{O}} = (2,248 \pm 0,005) \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

В эксперименте с синтетической смолой для расстояния $l_m = 30 \text{ см}$

$$k \cdot \frac{c_L}{f \cdot l_m} \cong 20 \cdot k.$$

Очевидно, и в этом случае следует считать $k=0$, $t_1 = t_2$ и пользоваться при измерении n соотношением (6).

Табличные значения показателя преломления для синтетической смолы и скорости света в этой среде:

$$n_{\text{синтетич.смолы}} = 1,597 \pm 0,003,$$

$$c_{\text{синтетич.смолы}} = (1,87 \pm 0,01) \cdot 10^8 \text{ м/с} .$$

Описание экспериментальной установки

Общий вид установки для измерения скорости света в различных средах приведен на рис. 4.

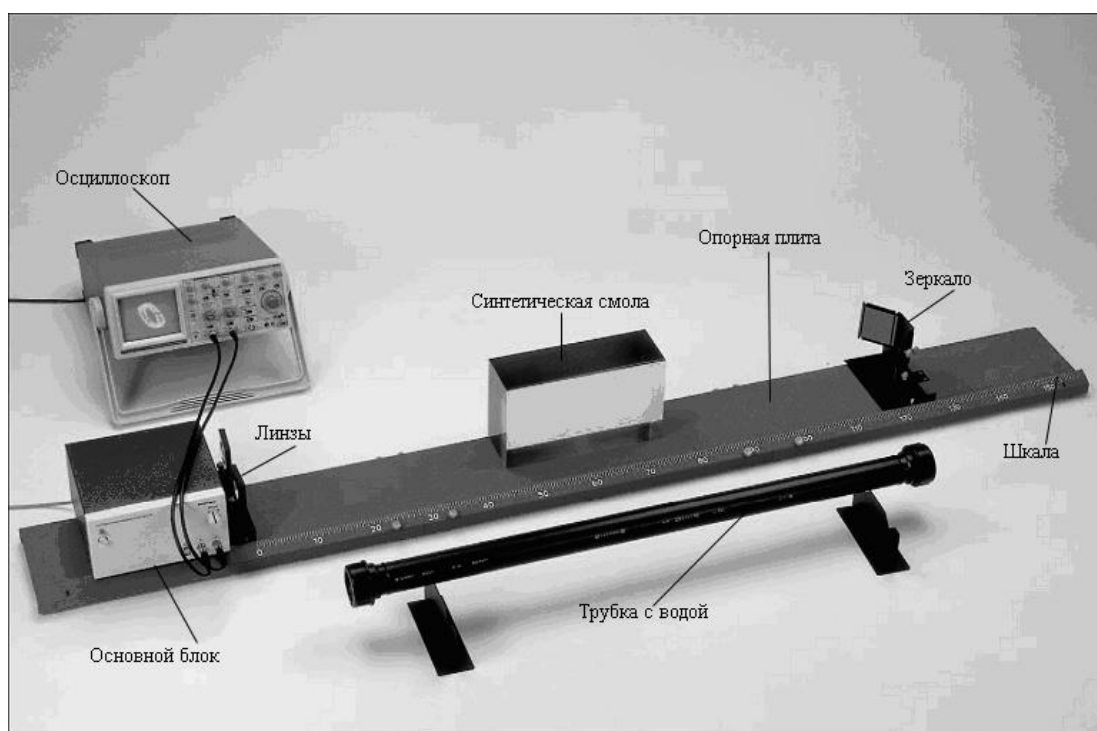


Рис. 4. Экспериментальная установка для измерения скорости света в различных средах

Основной блок – прибор, вырабатывающий электрический сигнал частоты $f = 50,1 \text{ МГц}$, который в виде опорного сигнала подается на “Y” клеммы осциллоскопа. Сигнал предварительно проходит преобразователь, где частота преобразуется к значению приемлемому для осциллоскопа, именно:

$$f \rightarrow f/1000 = 50 \text{ кГц} .$$

Замечание. Необходимость использовать высокую частоту модулированного светового сигнала продиктована условиями эксперимента. Учитывая значение скорости света $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с и реальные линейные размеры установки $l \approx 1,5$ м, необходимый согласно используемой методике сдвиг фаз $\Delta\varphi = \pi$, который приобретает световой сигнал за время распространения, можно получить только при частоте $f \sim 10^8$ Гц.

В самом деле

$$\Delta\varphi = 2\pi f \cdot \Delta t = 2\pi f \cdot \frac{2l}{c} = \pi.$$

Отсюда

$$f = \frac{c}{4l}, \text{ или } f = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 1,5} = 5 \cdot 10^7 \text{ Гц} = 50 \text{ МГц}.$$

Использование для модуляции частоты приемлемой для осциллоскопа, например, частоты $f = 50$ кГц привело бы к линейным размерам экспериментальной установки

$$l \sim 1,5 \text{ км}.$$

Вторая часть сигнала частоты $f = 50,1$ МГц подается на светодиод, который преобразует электрические колебания в промодулированный по интенсивности световой сигнал. С помощью линзы, работающей как коллиматор, сигнал формируется в параллельный пучок, направляемый вдоль опорной плиты с закрепленной на ней измерительной шкалой. После отражения от зеркала, помещенного на противоположный край опорной плиты (см. рис.4), оптический сигнал попадает на вторую линзу, фокусирующую падающий на нее луч на втором светодиоде опорного блока, который работает как фотодетектор, т.е. преобразует световой сигнал в электрический. Произведенный электрический сигнал преобразуют от частоты 50,1 МГц к значению 50 кГц, и подается на "X" клеммы осциллоскопа (см. рис.4).

В тех случаях, когда необходимо уравнивать фазы колебаний, подаваемых на “Х” и “У” клеммы, вращением ручки “phase” основного блока устанавливается приемлемый режим преобразователя фазы, который обеспечивает необходимое равенство.

Таблица 1.1. Технические данные приборов

Название бора	Пред елы измерений	Чи сло делений	Ц ена деления	Кл асс точности	Абсол ютная приборная погрешность
Прибор измерения ности			0, 1 МГц		0,05 МГц
Осцилло п 2-х альный	30 МГц				
Метриче шкала на рной плите	160 см	16 0	1с м		0,5 см

Порядок выполнения работы

При выполнении работы необходимо строго соблюдать требования по технике безопасности и охране труда, установленные на рабочем месте студента в лаборатории.

1. Включите питание основного блока. После небольшой паузы (1-2 минуты), когда прибор выйдет на стационарный режим, проведите оптическую юстировку установки.

2. Отрегулируйте оправы линз таким образом, чтобы световой луч, сформированный первой линзой, распространялся пучком, близким к параллельному, вдоль опорной плиты.

3. Установите двойное зеркало как показано на рис. 4, и, перемещая его вдоль шкалы, добейтесь того, чтобы луч после отражения от зеркала попадал на вторую линзу при любом смещении зеркала вдоль шкалы. Вторая линза при этом должна фокусировать падающий на нее луч на светодиоде. После завершения оптической юстировки временно отключите основной блок.

4. Включите осциллоскоп (схема передней панели осциллоскопа с указанными на ней регулировками и внешними разъемами, а также порядок необходимых действий при работе с прибором приведены в приложении, помещенном ниже).

5. Вторично включите основной блок. После небольшой паузы, необходимой прибору для того, чтобы выйти в стационарный режим, расположите зеркало как можно ближе к установке (в нулевой точке). На осциллоскопе появится фигура Лиссажу (в двухмерном исполнении), которая преобразуется в отрезок прямой линии, расположенный в первом и третьем квадрантах, вращением ручки «phase» («фаза») основного блока.

Пояснение. Вращением ручки «phase» («фаза») уравнивают фазу колебаний опорного сигнала приемника и фазу колебаний сигнала, отразившегося от зеркала.

6. Для изменения фазы на величину равную π увеличьте путь, проходимый лучом, на $\Delta l = 2\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{f} \cdot c_L$. При этом зеркало передвигайте вдоль шкалы с делениями до момента, пока на экране изменяющаяся фигура Лиссажу не преобразуется в отрезок прямой с отрицательным наклоном, т.е. расположенный во втором и четвертом квадрантах декартовой системы координат.

7. Измерьте перемещение зеркала Δx , повторите измерения несколько раз. Результаты измерений занесите в таблицу 2.

8. Расположите трубку, наполненную водой, или блок синтетической смолы торцевыми поверхностями на пути прохождения луча перпендикулярно оптической оси; зеркало должно находиться непосредственно за ними (рис.3, сверху).

Замечание. Можно расположить блок синтетической смолы на опорном блоке так, чтобы свет проходил сквозь него в обоих направлениях. Аналогично можно использовать одновременно две трубки с водой, тогда световой луч проходит трубку с водой дважды: при движении к зеркалу и от него.

9. Вращением регулирующей ручки основного блока «phase» на экране осциллоскопа добейтесь отображения фигуры Лиссажу в отрезок прямой, расположенный в первом и третьем квадрантах. Если отрезок прямой окажется расположенным во втором и четвертом квадрантах, воспользуйтесь клавишей 6 - “CH2 INV” –переключатель осциллоскопа (см. Приложение) и, отразив фигуру относительно горизонтальной оси, добейтесь заданного результата.

10. Уберите препятствие с пути прохождения луча, при этом наклонный отрезок прямой на экране осциллоскопа преобразуется в эллиптическую кривую. Передвигайте зеркало до тех пор, пока на экране не появится фигура Лиссажу, равнозначная первоначальной, т. е. отрезок прямой с положительным наклоном. Сдвиг фазы между колебаниями опорного и измеряемого сигналов при этом равен нулю.

11. Измерьте перемещение зеркала Δx , повторите измерения несколько раз. Результаты измерений занесите в таблицу 3.

Обработка результатов измерений

5.1 Измерение скорости света в воздухе

Вычисление скорости проводится согласно (4):

$$c_L = 4f\Delta x, \quad (7)$$

где Δx - смещение зеркала вдоль измерительной шкалы (см. рис.5), при котором сдвиг фазы $\Delta\varphi$ изменяется от значения "0" до значения " π ".

Замечание. Очевидно, предварительно необходимо измерить координату начального положения зеркала x_0 , затем координату зеркала после смещения x . Тогда

$$\Delta x = x - x_0.$$

Относительная погрешность результата измерения:

$$\delta_c = \frac{\Delta c_L}{c_L} = \frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x}, \quad (8)$$

где относительная погрешность частоты является приборной погрешностью и равна

$$\delta_f = \frac{\Delta f}{f} = 0,002 = 0,2\%,$$

а относительная погрешность смещения Δx складывается из средне квадратичной и приборной погрешностей. При N независимых измерениях имеем

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N} (\Delta x_i - \overline{\Delta x})^2}{N(N-1)}}, \quad (9)$$

где Δx_i - результат i - ого измерения, а $\overline{\Delta x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \Delta x_i}{N}$ - среднее арифметическое по

всем N проведенным измерениям. Приборная погрешность $\Delta_{\text{приб}}(\Delta x) = 0,5 \text{ см}$. Полная

погрешность $\Delta(\Delta x) = \sigma_{\Delta x} + \Delta_{\text{приб}}(\Delta x)$. Относительная погрешность измерений величины смещения Δx равна

$$\delta_{\Delta x} = \frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x}. \quad (10)$$

Вычислим с помощью (7) измеренное в работе значение скорости света в воздухе c_L : $\bar{c}_L = 4f \cdot \overline{\Delta x}$, подсчитаем, используя (8) и (10), значение относительной погрешности $\frac{\Delta c_L}{\bar{c}_L}$. Теперь не представляет труда вычислить абсолютную погрешность скорости света $\Delta c_L = \bar{c}_L \cdot \delta_c$.

Окончательный результат измерений этой части работы следует представить в виде

$$c_L = \bar{c}_L \pm \Delta c_L,$$

где $\bar{c}_L = 4f \cdot \overline{\Delta x}$ - измеренное значение скорости света в воздухе.

5.2 Измерение скорости света в воде и показателя преломления воды.

Сначала, в соответствии с (6), определяется показатель преломления n_g

$$\bar{n}_g = 1 + \frac{2\overline{\Delta x}}{l_m}, \quad (11)$$

где $\overline{\Delta x}$ - среднее арифметическое по N независимым измерениям величин смещения зеркала, выполненным согласно пунктам 6,7, 8) раздела 4.; l_m - длина трубы с водой

($l_m = 1\text{м}$).

Погрешность Δn_g равна

$$\Delta n_g = \frac{2\Delta(\Delta x)}{l_m}, \quad (12)$$

где $\Delta(\Delta x)$ абсолютная погрешность величины смещений зеркала

$$\Delta(\Delta x) = \sigma_{\Delta x} + \Delta_{\text{приб}}(\Delta x),$$

вычисляемая аналогично предыдущему пункту по формуле (9) и известной приборной погрешности.

Результат измерения показателя преломления воды представляется в виде

$$n_g = \bar{n}_g \pm \Delta n_g, \delta_{n_g} = \frac{\Delta n_g}{\bar{n}_g},$$

где δ_{n_g} - относительная погрешность измерения показателя преломления.

Скорость света в воде вычисляем, используя полученный выше показатель преломления n_g :

$$c_g = \frac{c_L}{\bar{n}_g}, \quad (13)$$

где c_L - скорость света в воздухе, полученная в пункте 5.1.

Результат должен быть представлен в виде

$$c_g = c_g \pm \Delta c_g.$$

Погрешность рассчитываем, используя предыдущие результаты:

$$\delta_{c_g} = \frac{\Delta c_g}{c_g} = \frac{\Delta c_L}{c_L} + \frac{\Delta n_g}{\bar{n}_g},$$

$$\Delta c_g = \delta_{c_g} \cdot c_g.$$

5.3 Измерение скорости света в синтетической смоле и показателя преломления синтетической смолы проводится аналогично пункту 5.2, все формулы и соотношения

сохраняют свою силу. Значение параметра l_m , который в данном пункте обозначает длину блока синтетической смолы, необходимо изменить: $l_m = 30$ см. Если свет проходит сквозь блок в обоих направлениях, следует учесть расстояние l_m дважды и в соотношениях (5), (6), (11), (12) следует сделать подстановку $l_m \rightarrow 2l_m$.

Приложение 1. Осциллоскоп и его регулировки.

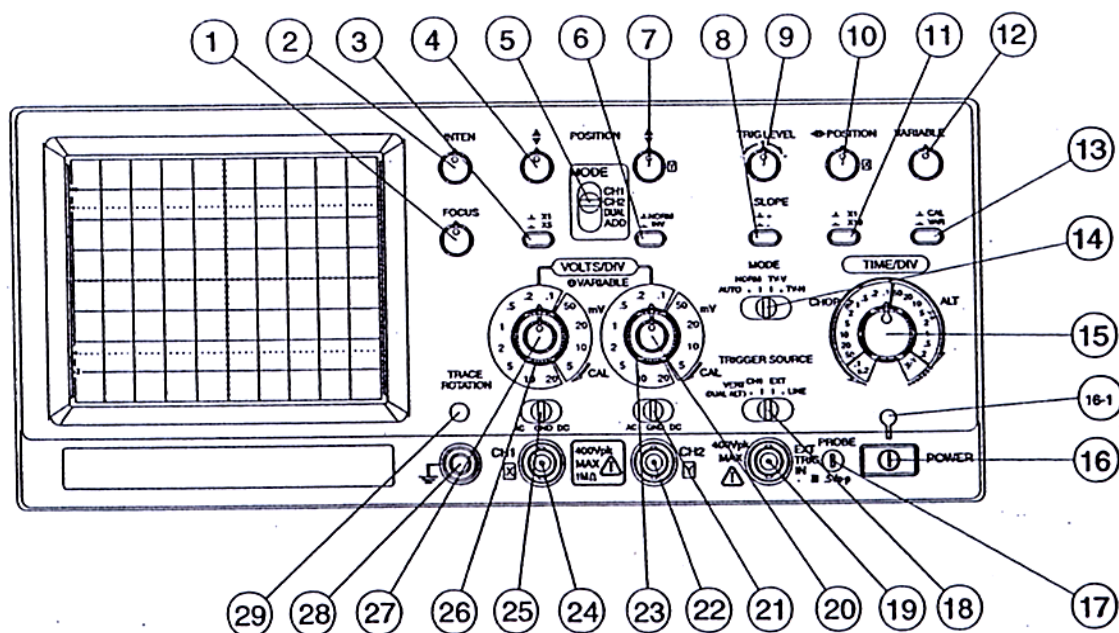


Рис.6. Регулировки и соединительные разъемы передней панели осциллоскопа

П1.1. Используемые регулировки, индикаторы и соединительные разъемы.

Внимание! На лабораторной установке необходимые для выполнения измерений регулировки панели осциллоскопа отличаются от неиспользуемых регулировок закрепленными на них цветными муфтами.

1 – Фокусировка “FOCUS control” (достижение максимальной резкости трассировки луча).

2 – Яркость “INTEN control” (вращение по часовой стрелке увеличивает яркость).

6 - “CH2 INV” –переключатель. Нажатие на клавишу инвертирует частотный сигнал, подаваемый на Y-усилитель вертикальный, т. е. на экране осциллоскопа

изображение сигнала зеркально отражается относительно горизонтальной оси (соответствует дополнительному фазовому приращению Y-сигнала равному π).

7 – Контроль положения по вертикали “CH2 Vertical POSITION” (вращение по часовой стрелке перемещает луч вверх, вращение против часовой стрелки перемещает луч вниз).

10 - Контроль положения по горизонтали “Horizontal POSITION” (вращение по часовой стрелке перемещает луч вправо, вращение против часовой стрелки перемещает луч влево).

15 – “TIME|DIV”-переключатель. Предназначен для выбора диапазонов частоты развертки генератора развертки, диапазонов времени задержки для операций в режиме ждущей развертки, или режима “X-Y” для X-Y операций. *Внимание! В процессе выполнения данной работы переключатель находится в положении “X-Y” (крайнее положение до упора по часовой стрелке).*

16-1 – Индикаторная лампа (указатель поданного напряжения).

16 – “POWER”-клавишный выключатель (нажатие клавиши включает подачу напряжения, повторное нажатие отключает напряжение).

22 – “CH2 – Y”-внешний разъем (предназначен для подвода входного частотного напряжения на Y-усилитель вертикальный).

24 – “CH1 – X”-внешний разъем (предназначен для подвода входного частотного напряжения на X-усилитель горизонтальный).

23 – “CH2 VOLTS|DIV”-переключатель диапазонов с разными калибровочными коэффициентами усиления входного Y-сигнала.

26– “CH1 VOLTS|DIV”-переключатель диапазонов с разными калибровочными коэффициентами усиления входного X-сигнала.

20 – “VARIABLE CH2”-плавная регулировка коэффициента усиления входного Y-сигнала между соседними диапазонами.

27 – “VARIABLE CH1”-плавная регулировка коэффициента усиления входного X-сигнала между соседними диапазонами.

Показания переключателей диапазонов 23,26 соответствуют условиям только в случае, когда плавные регулировки 20,27 выведены в крайнее положение до упора по часовой стрелке.

П1. 2. Порядок включения осциллоскопа

1. Нажмите на клавишу 16 – “POWER”. Индикаторная лампа 16-1 должна немедленно засветиться.

2. После полуминутной паузы поверните по часовой стрелке регулирующую ручку 2 (Яркость – “INTEN control”) до момента появления светового пятна на экране.

3. Отрегулируйте яркость в соответствии со зрительным ощущением комфорта. Не оставляйте на длительный промежуток времени неподвижное световое пятно большой яркости – это может привести к повреждению покрытия экрана (прожиганию).

4. Вращением регулирующей ручки 1 (Фокусировка – “FOCUS control”) добейтесь резкого и четкого следа.

5. Вращением регулирующих ручек 7 (“CH2 Vertical POSITION”) и 10 (“Horizontal POSITION”) отрегулируйте положение следа на плоскости экрана, сместив его в точку пересечения горизонтальной(X) и вертикальной(Y) осей.

6. Подав питание на основной блок, подключите вертикальный частотный сигнал к 22 – “CH2 – Y”-внешнему разъему и горизонтальный частотный сигнал к 24 – “CH1 – X”-внешнему разъему. После возникновения эллиптической фигуры Лиссажу увеличьте яркость до приемлемого и удобного для измерений уровня.

7. Отрегулируйте высоту фигуры с помощью 23 – “CH2 VOLTS|DIV”-переключателя и 20 – “VARIABLE CH2”-плавной регулировки.

8. Отрегулируйте ширину фигуры с помощью 26 – “CH1 VOLTS|DIV”-переключателя и 27 – “VARIABLE CH1”-плавной регулировки.

Замечание. При необходимости получить в начальной стадии измерения скорости света фигуру, зеркально симметричную исходной, нажмите на клавишу 6 - “CH2 INV” – переключатель. Это может понадобиться при выполнении пункта 6. раздела 4., если в исходной позиции окажется фигура, расположенная во втором и четвертом квадрантах.

Приложение 2. Групповая и фазовая скорости.

Понятие фазовой скорости применимо только к монохроматическим волнам, которые реально не существуют, поскольку подобные волны неограниченны как во времени, так и бесконечно протяжены в пространстве. Очевидно, что это удобная математическая абстракция.

В реальности мы всегда имеем более или менее сложный волновой импульс, иногда говорят волновой пакет, ограниченный в пространстве и во времени. В математике доказывается, что любой подобный волновой пакет есть суперпозиция, вообще говоря, бесконечно большого числа близких по частоте монохроматических волн. Более точно – любое волновое образование, ограниченное в пространстве, представимо в виде интеграла Фурье по монохроматическим волнам

$$E(z, t) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega}^{\omega_0 + \Delta\omega} E_0(\omega) e^{i(\omega t - \frac{\omega}{c}nz)} d\omega, \quad (14)$$

где $E_0(\omega)$ - амплитуда монохроматической волны частотой ω . Соотношение (14) следует интерпретировать как разложение в спектр по частотам волнового импульса, при этом частоты, участвующие в спектральном разложении, принадлежат интервалу $(\omega_0 + \Delta\omega) \leq \omega \leq (\omega_0 - \Delta\omega)$.

На рис. 7 изображен характерный вид волнового пакета в его временной зависимости – обращает внимание высокочастотная монохроматическая составляющая, промодулированная медленно изменяющейся гладкой амплитудной функцией гауссового типа, отображенной на рисунке жирной кривой линией.

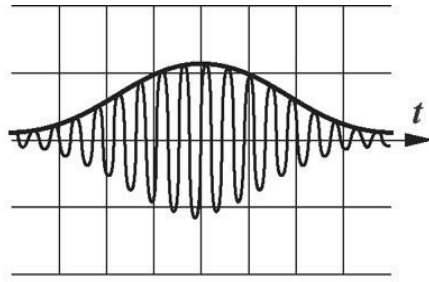


Рис. 7. Волновой пакет или цуг

Волновой пакет, или цуг волн, можно разложить в спектр, используя в качестве спектрального параметра вместо частоты ω волновое число $k = \frac{\omega}{V} = \frac{\omega}{c} n$:

$$E(z, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} E_0(k) \cdot \exp[i(\omega(k)t - kz)] dk, \quad (15)$$

причем $\Delta\omega \ll \omega_0, \Delta k \ll k_0$.

Запишем фазу колебания как $\omega(k)t - kz = \omega_0 t - k_0 z + [(\omega(k) - \omega_0)t - (k - k_0)z]$.

Тогда:

$$E(z, t) = A(z, t) \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)],$$

$$\text{где } A(z, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} E_0(k) \exp[i[(\omega(k) - \omega_0)t - (k - k_0)z]] dk, \quad (16)$$

$A(z, t)$ - медленно меняющаяся амплитуда, представляющая собой огибающую цуга волн.

Разложив зависимость $(\omega(k) - \omega_0)$ в ряд Тейлора, и ограничившись первым членом разложения

$$\omega(k) - \omega_0 = \frac{d\omega}{dk} \cdot (k - k_0),$$

получим из (16):

$$A(z, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} E_0(k) \exp[i(k - k_0)(\frac{d\omega}{dk}t - z)] dk, \quad (17)$$

Соотношение (17) означает, что $A(z, t)$ представляет собой суперпозицию низкочастотных составляющих, распространяющихся с одинаковой скоростью

$$U = \frac{d\omega}{dk}. \quad (18)$$

С такой же скоростью движется волновой пакет как целое, и, поскольку энергия волны локализована в области сосредоточения волнового возмущения, с такой же скоростью распространяется энергия волнового пакета. Эта скорость называется групповой.

Скорость монохроматической волны определяется как скорость перемещения поверхности равной фазы, называется фазовой скоростью и равна

$$V = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{k}. \quad (19)$$

В вакууме обе эти величины совпадают, т.к. частота и волновое число связаны линейным соотношением

$$\omega = c \cdot k \Rightarrow \frac{d\omega}{dk} = c \Leftrightarrow \frac{\omega}{k} = c. \quad (20)$$

В любых других средах эта связь более сложная. Зависимость $\omega = \omega(k)$ называют дисперсионной зависимостью.

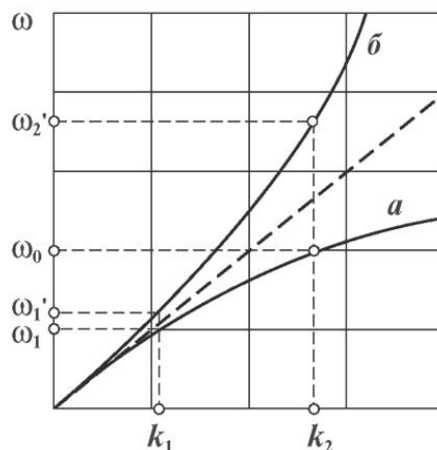


Рис. 8. Виды дисперсионных зависимостей

Фазовая и групповая скорости имеют простую геометрическую интерпретацию как тангенсы углов наклона секущей и касательной к кривой дисперсии при заданном значении параметра k . Если кривая дисперсии имеет выпуклость вверх (кривая а), то секущая имеет более сильный наклон, чем касательная, и $V > U$ (нормальная дисперсия). Если кривая дисперсии имеет выпуклость вниз (кривая б), угол наклона касательной превосходит наклон секущей, и $V < U$ (аномальная дисперсия). Линейной зависимости соответствует пунктирная линия: секущая и касательная в этом случае совпадают, и $V = U$ (отсутствие дисперсии).

Вернемся к определениям (18) и (19) фазовой и групповой скоростей и найдем соотношение, связывающее эти две скорости

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(Vk)}{dk} = V + k \frac{dV}{dk} \quad (21)$$

Учитывая связь $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, приходим к формуле Рэлея:

$$U = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda}, \text{ или } U = V \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}\right). \quad (22)$$

Зависимость показателя преломления от частоты или длины волны называют дисперсией среды:

$$n = n(\omega) \Leftrightarrow n = n(\lambda).$$

Возможны три случая:

$$\frac{dV}{d\lambda} = \frac{dn}{d\lambda} = 0; \text{ дисперсия отсутствует, практически только в вакууме, в остальных}$$

средах равенство приближенное;

$$\frac{dV}{d\lambda} > 0, \frac{dn}{d\lambda} < 0; \text{ показатель преломления убывает с ростом длины волны;}$$

нормальная дисперсия \Rightarrow групповая скорость меньше фазовой; такой тип дисперсии характерен для прозрачных сред;

$\frac{dV}{d\lambda} < 0, \frac{dn}{d\lambda} > 0$; показатель преломления растет с ростом длины волны;

аномальная дисперсия \Rightarrow групповая скорость больше фазовой, при этом наблюдаем сильное поглощение.

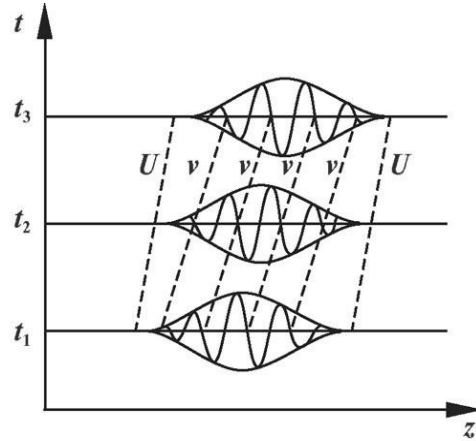


Рис. 9. Отличие фазовой скорости от групповой

На рис. 9 изображен волновой пакет в последовательные три момента t_1, t_2, t_3 . Несущая гармоническая волна высокой частоты перемещается вдоль пакета вследствие более высокой фазовой скорости V , опережая огибающую волнового пакета, которая перемещается с групповой скоростью U .

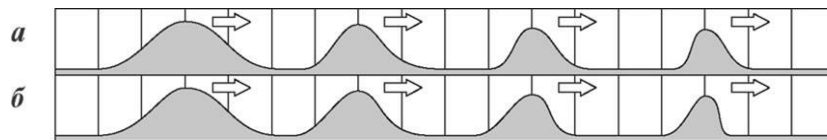


Рис. 10 Деформация волнового пакета при распространении в средах с нормальной (а) и аномальной (б) дисперсией

При нормальной дисперсии (Рис. 10 а) максимум волнового цуга отстает от переднего фронта, при аномальной (Рис. 10 б) максимум смещается вперед.

Замечание 1. Последний случай хорошо всем известен. Картина, наблюдаемая на морском побережье при достаточно сильном воздушном ветре, вообще реализуется при распространении поверхностных волн в жидкости в водоемах с уменьшающейся глубиной

– так называемые волны приборя. В этой ситуации моделируется случай аномальной дисперсии: групповая скорость превосходит фазовую; вершина волны смещается вперед и переваливает через передний волновой фронт, вызывая обрушение волны. Причина – потеря ветровой энергии за счет трения о дно. Остается отметить, что в условиях аномальной дисперсии волны не могут распространяться далеко – они просто разрушаются.

Замечание 2. Рисунки 8 и 10 совместно с комментариями к ним близки по форме изложения и содержанию аналогичным фрагментам учебного пособия питерской учебно-методологической группы по оптике (см. [7]).

Замечание 3. Рисунки 7 и 9 воспроизведены многими авторами. В данной работе использованы электронные ресурсы Интернета.

В настоящей работе световой пучок высокой частоты: $\nu \cong 0,5 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1} \Leftrightarrow \omega \cong \pi \cdot 10^{15} \frac{\text{rad}}{\text{c}}$ (красный цвет), - интенсивность которого с помощью светодиода модулируется высокочастотным электрическим сигналом частотой $f = 50 \text{ МГц}$, представляет собой волновой пакет. При этом огибающая волнового пакета является гармонической функцией, несущей информацию о фазе опорного сигнала. Измеряя сдвиг фазы с помощью осциллоскопа, мы тем самым измеряем скорость перемещения в пространстве огибающей светового сигнала, т.е. групповую скорость. Остается, однако, вопрос, – на каком основании мы использовали формулу (19), справедливую для фазовой скорости, при вычислении показателя преломления среды.

Соотношение (22) между двумя рассматриваемыми скоростями однозначно показывает равенство между ними в средах с незначительной дисперсией. Более точно

$$U \cong V \text{ при } \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \ll 1. \quad (23)$$

В качестве примера проанализируем экспериментальную ситуацию в рассматриваемом аспекте при измерениях скорости света в одной из исследуемых прозрачных сред – воде.

Справочные данные для показателя преломления воды приведены в таблице 4.

Таблица 4. Показатель преломления воды при 20°C

λ	678	656	644	589	546	509	486	400	400
n	,3308	,3311	,3314	,3330	,3345	,3360	,3371	,3374	,3428

Пользуясь данными таблицы 4, произведем оценку значения производной $\frac{dn}{d\lambda}$ в окрестности значения $\lambda = 644 \text{ нм}$ (красный цвет):

$$\frac{dn}{d\lambda} \cong \frac{1,3311 - 1,3314}{656 - 644} = -\frac{3 \cdot 10^{-4}}{12} (\text{нм}^{-1}) = -0,25 \cdot 10^{-4} (\text{нм}^{-1}).$$

Отрицательный знак полученного значения соответствует нормальной дисперсии.

Оценка значения $\frac{n}{\lambda}$ дает результат $\frac{n}{\lambda} \cong \frac{1,3314}{644} \cong 0,0021 (\text{нм}^{-1})$. Отсюда

поправочная добавка в (9) имеет значение $\frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \cong -\frac{0,25 \cdot 10^{-4}}{0,0021} \cong -1,2 \cdot 10^{-2}$.

Последний результат означает, что с точностью порядка 1,2 % можно измеренные значения групповой скорости отождествлять со значениями фазовой скорости. При этом, однако, необходимо иметь в виду, что полученная погрешность является систематической погрешностью рассматриваемого метода измерения, накладывающая принципиальное ограничение порядка одного процента на точность получаемых результатов.

Аналогичным образом можно проанализировать процесс измерения скорости света в других прозрачных средах. При этом принципиальная систематическая погрешность метода измерений будет варьироваться в пределах одного – двух процентов ($\delta \sim 1 \div 2\%$).

Библиографический список

а) основной:

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Кн.1 Механика. М.: АСТ. 2005. – 256 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Кн.4 Волны. Оптика. М.: АСТ. 2006. – 336 с.
3. Физика. Раздел: Оптика. Атомная и ядерная физика. Лабораторный практикум. М.: МИСиС. «Учеба». 2008 – 132 с.
4. Капуткин Д.Е., Шустиков А.Г. Физика. Обработка результатов измерений при выполнении лабораторных работ. Учебное пособие. М.: МИСиС. «Учеба». 2007. – 108 с.

б) дополнительный:

5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т4. Оптика М.: Физматлит. 2002. – 792 с.
6. Ландсберг Г.С. Оптика М.: Физматлит. 2003. – 848 с.
7. Стафеев С.К., Боярский К.К., Башнина Г.Л. Основы оптики. Учебное пособие. - СПб. : Питер, 2006, - 336 с. : ил.

При подготовке к данной работе рекомендуется изучить:

- [1] – страницы: 288 – 293;
- [2] – страницы: 57 - 60, 216 – 223, 234 – 240;
- [5] - страницы: 20 – 26, 36 – 38;
- [6] - страницы: 16 – 21, 385 – 389.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение абсолютного и относительного показателя преломления среды, запишите соотношение, связывающее их.

2. Сформулируйте принципы, используя которые измеряется скорость света в данной работе. Приведите примеры измерения скорости света из истории физики (См.[2], [5], [6])

3. Фазовая и групповая скорости света. Определение и связь между ними. Какую скорость света вы измеряете в данной работе?

4. Напишите уравнение кривой на плоскости, описывающее суперпозицию двух взаимно ортогональных гармонических колебаний одинаковой частоты с произвольной разностью фаз.